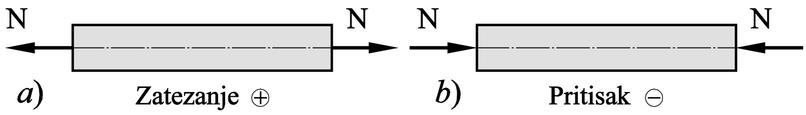
AKSIJALNO NAPREZANJE

Aksijalno naprezanje štapa je takav vid naprezanja kod koga se unutrašnje sile svode na jednu normalnu odnosno aksijalnu silu, čiji se pravac djelovanja poklapa sa osovinom štapa.

Ovo naprezanje je najjednostavniji slučaj naprezanja.

Pri aksijalnom naprezanju štap može biti izložen pritisku ili zatezanju. Prema konvenciji, zatezanje je pozitivno ⊕, a pritisak negativan ⊖.

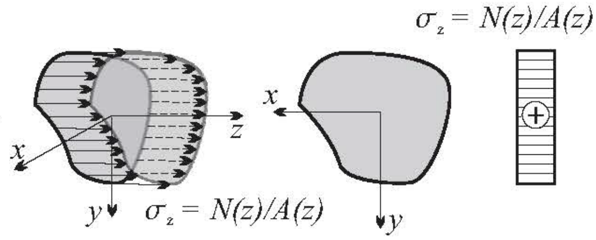


Komponentalni naponi

U svim tačkama proizvoljnog poprečnog presjeka koji je opterećen aksijalnom silom javljaju se **normalni naponi** (σ_z) istog intenziteta u pravcu i smjeru aksijalne sile (N). Intenzitet normalnih napona predstavlja odnos sile (N) prema površini poprečnog presjeka (A). I sila i poprečni presjek mogu biti promjenljivi duž štapa (duž ose z) pa se rjeđe označavaju kao $N(z)$ i $A(z)$.

Dakle, $\sigma_z = N / A$.

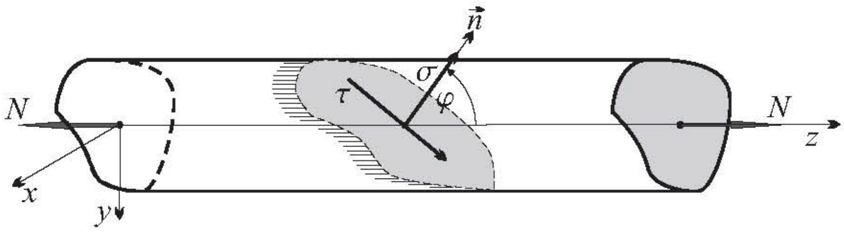
Na narednoj slici-lijevo je prikazan aksonometrijski prikaz raspodjele normalnog napona po poprečnom presjeku, kao i u građevinarstvu uobičajeni ravanski način prikaza - dijagram normalnih napona (slika niže desno). **Napon je pozitivan u slučaju zatezanja, dok je u slučaju dejstva sile pritiska napon negativan.**



Imamo tzv. **linijsko stanje napona** koje se može opisati **tenzorom napona za slučaj aksijalnog naprezanje** :

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{bmatrix}$$

U slučaju da aksijalno zategnuti štap presječemo sa ravni koja nije upravna na osovinu nosača (Slika niže - ravan sa normalom *n* koja zaklapa ugao φ sa osom *z* – uobičajeni način definisanja ravni koji smo definisali kada smo radili analizu napona) u njoj će se javiti **normalni (σ_n) i smičući (τ_{nl}) ili tangencijalni naponi** ili kako ih zovemo **komponentelni naponi** koje možemo izračunati prema sljedećim formulama:



normalni i smičući napon za ravan sa normalom n

$$\sigma_n = 0.5 \cdot \sigma_z (1 + \cos 2\varphi) = \frac{N}{2A} (1 + \cos 2\varphi)$$

$$\tau_{nl} = 0.5 \cdot \sigma_z \cdot \sin 2\varphi = \frac{N}{2A} \cdot \sin 2\varphi$$

Komponente deformacije

Ako posmatramo štap koji je izložen dejstvu aksijalne sile zatezanja, kada je deformacija u pitanju, fizički je jasno da će doći do izduženja u podužnom pravcu (pravac *z* na slici gore) ali i do skraćenja u dva poprečna pravca (pravci *x* i *y* na slici gore). Ovu fizičku zakonitost možemo analitički opisti pomoću komponenti deformacije, a to su dilatacije (ε) i klizanja (γ) kako smo definisali na prethodnom času.

Kada u formule za vezu između napona i deformacije koje smo devinisali na kraju predavanja prošle nedjelje, uvrstimo komponente tezora napona za aksijalno opterećen štao (sve 0 osim σ_z) dobijamo sljedeće:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = -\frac{\nu}{E} \sigma_z = -\nu \frac{N(z)}{EA(z)}$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} \sigma_z = \frac{N(z)}{EA(z)}$$

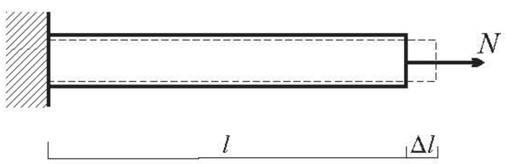
$$\gamma_{xy} = \gamma_{yz} = \gamma_{zx} = 0$$

Dakle, imamo **prostorno stanje deformacije** za slučaj aksijalnog naprezanje koje je opisano **tenzorom deformacije** kako slijedi:

$$[D] = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\gamma_{xz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{yx} & \varepsilon_y & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{zx} & \frac{1}{2}\gamma_{zy} & \varepsilon_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix}$$

Sve tri dilatacije su različite od nule a sva klizanja jednaka nuli. Kako znamo da dilatacija predstavlja relativnu promjenu dužine u nekom pravcu, dobijamo za pozitivno (σ_z) pozitivnu dilataciju (ε_z) i jednake negativne poprečne dilatacije (ε_x *i* ε_y), a to je upravo gore opisano fizičko stanje deformacije.

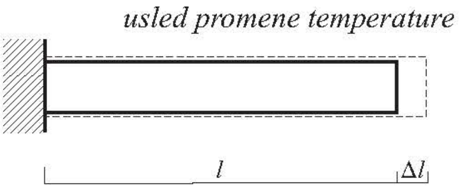
Deformacija (ukupno izduženje Δl) štapa opterećenog dejstvom konstantne sile N:



$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} \sigma_z = \frac{N}{EA} = \frac{\Delta l}{l} \quad \Rightarrow \quad \Delta l = w(l) = \frac{Nl}{EA}$$

Iz poslednje formule se vidi da je ukupno izduženje direktno proporcionalno prvobitnoj dužini štapa (l) i intenzitetu sile (N), kao i da je obrnuto proporcionalno površini poprečnog presjeka (A) i modulu elastičnosti (E – karakteristika materijala)

Deformacija (ukupno izduženje Δl) štapa koji izložen temperaturnoj promjeni Δt:



$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}\sigma_z = \alpha\Delta t = \frac{\Delta l}{l} \quad \Rightarrow \quad \Delta l = \alpha \Delta t\, l$$

Δt - *temperaturna promena (u ovom slučaju zagrevanje)*
α - *koeficijent termičkog širenja*

Iz poslednje formule se vidi da je ukupno izduženje direktno proporcionalno prvobitnoj dužini štapa (l), intenzitetu temperaturne promjene (Δt) i koeficijentu termičkog širenja (α) koji je karakteristika materijala kako smo naučili na prošlim predavanjima.

Dakle, ukupno izduženje ne zavisi od površine poprečnog presjeka štapa (A). Odnosno, ako čelični most dužine l odnosno čeličnu tanku žicu iste dužine l zagrijemo (ili ohladimo) za Δt most i žica će se jednako izdužiti (skratiti).

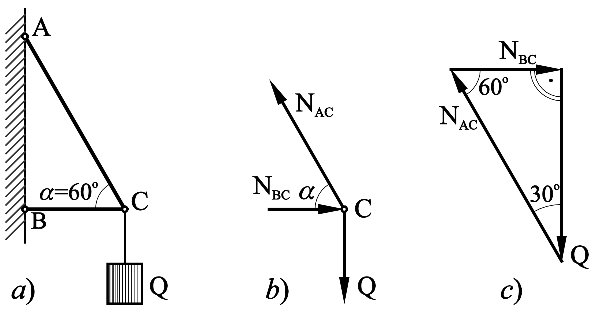
Dimenzionisanje

Za pojedine vrste materijala propisuju se dozvoljene vrednosti određenih komponenti napona ili deformacija.

$$\sigma_z = \frac{N}{A} \leq \sigma_{doz} \quad \Rightarrow \quad A_{pot} \geq \frac{N}{\sigma_{doz}}$$

Primjer

O dva čelična štapa okruglog poprečnog presjeka obješen je teret **Q=200 kN** kako je to pokazano na slici *a*. Dimenzionisati štapove **AC** i **BC** ako je dopušteni napon $\boldsymbol{\sigma_d}$ **=160*MPa***.



Rješenje

Prvo ćemo odrediti sile u štapovima **AC** i **BC**. Za to ćemo iskoristiti metod oslobađanja od veza za tačku **C** (Slika gore *b*) a zatim posmatrati ravnotežu tačke **C** preko zatvorenog trougla sila (Slika *c*).

Iz trougla sila dobijamo:

$$N_{AC} = \frac{Q}{\sin 60°} = \frac{200}{0.866} = 230.94kN$$

$$N_{BC} = -\frac{Q}{tg 60°} = -\frac{200}{1.732} = -115.47kN$$

Dimenzionisanje

Štap AC: $A_p \geq \frac{N_{AC}}{\sigma_d} = \frac{230.94 \cdot 10^3}{160} = 1443mm^2$

$$d_{AC} = \sqrt{\frac{4A_p}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 1443}{3.14}} = 43.87mm$$

Usvojeno: $\boldsymbol{d_{AC} = 44mm.}$

Štap BC: $A_p \geq \frac{|N_{BC}|}{\sigma_d} = \frac{115.47 \cdot 10^3}{160} = 722mm^2$

$$d_{BC} = \sqrt{\frac{4A_p}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 722}{3.14}} = 30.32mm^2$$

Usvojeno: $\boldsymbol{d_{BC} = 32mm.}$

Napomena: Pri usvajanju dimenzija računski dobijene vrijednosti se zaokružuju na veću vrijednost, obično paran broj ili dimenziju koja se serijski proizvodi.

LITERATURA

1. R. Pejović, Građevinska mehanika (II dio) – OTPORNOST, Građevinski fakultet Univerziteta Crne Gore, Podgorica, 2014.
2. R. Pejović, Otpornost materijala, Građevinski fakultet Univerziteta Crne Gore, Podgorica, 2015.
3. V. Brčić, Otpornost materijala, Građevinska knjiga, Beograd, 1989.
4. V. Lubarda, Otpornost materijala, Univerzitet „Veljko Vlahović“ u Titogradu, Titograd, 1989.